

„Modulares Rechnen“ - Rechnen mit Resten

Folgende Aufgaben sind uns aus dem Alltag bekannt:

- Heute ist Donnerstag. Welcher Wochentag ist in 47 Tagen?
- Es ist der Monat März. Welcher Monat ist in 50 Monaten?
- Es ist jetzt 12 Uhr. Wie spät ist es in 100 Stunden?

Wie lassen sich diese Aufgaben systematisch berechnen?

Eine Woche hat 7 Tage, d.h. der Wochentag wiederholt sich alle 7 Tage. Um herauszufinden, welcher Wochentag der 47. Tag nach einem Donnerstag ist, können wir von den 47 Tagen zunächst die Anzahl aller Tage, die in eine ganze Woche passen abziehen. Doch wie viele ganze Wochen passen in 47 Tage?

Um das zu berechnen dividieren (teilen) wir die Anzahl der Tage (47) durch die Anzahl der Tage, die in eine Woche passen (7) und betrachten die Zahl vor dem Komma (den „Ganzzahlquotienten“):

Das Ergebnis des Taschenrechners lautet:

$$47 : 7 = 6,714285\dots$$

Nach $6 \cdot 7 = 42$ Tagen ist also wieder Donnerstag. Es bleiben $47 - 42 = 5$ Tage.

Diesen Wert bezeichnen wir als **Rest** der Division durch 7.

Wir können also sagen:

$$47 : 7 = 6 + \text{Rest } 5$$

Hinweis: Bei der schriftlichen Division ist der Rest direkt in dem Moment ablesbar, zu dem das Komma im Ergebnis gesetzt wird:

$$47 : 7 = 6,7\dots$$

$$\underline{42}$$

$$\rightarrow \quad 50$$

$$\underline{49}$$

...

Die Rest-Funktion oder Modulo-Funktion

Allgemein lässt sich das Ergebnis der Division einer Zahl x durch den **Divisor** d als Summe aus dem Produkt des **Ganzzahlquotienten** mit dem **Divisor** d und dem **Rest** r der Division beschreiben:

$$\frac{x}{d} = q \cdot d + r$$

Beispiel: $\frac{47}{7} = 6 \cdot 7 + 5$

Die Rest-Funktion wird auch als Modulo-Funktion bezeichnet, wobei der Divisor auch als „der Modul“ bezeichnet wird. Für die Berechnung des **Rest** r der Division einer Zahl x durch den **Divisor** d nutzen wir fortan die in der Programmierung übliche Schreibweise „mod“:

$$r = x \bmod d$$

Beispiel: $47 \bmod 7 = 5$

In der Programmierung werden verschiedene Schreibweisen für die Modulo-Funktion verwendet:

z.B. $r := x \bmod d$ in *PASCAL* und *DELPHI*,
 $r = x \% d$ in *Java*, *C++*, *PHP* und *Python*.

Notiere unsere obigen Beispiele in der neuen Schreibweise!

a) $47 \bmod 7 = 5$

b) $\underline{\quad} \bmod \underline{\quad} = \underline{\quad}$

c) $\underline{\quad} \bmod \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Aufgabe: Berechne: $r = 6241 \bmod 85 = \underline{\quad}$